LUND
UNIVERSITY
Mekanik, LTH

Tentamen i Mekanik, grundkurs för F, del 2

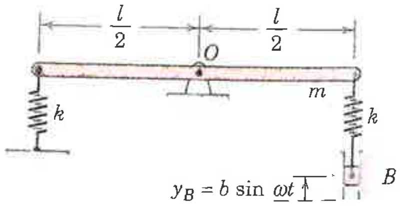
Lördagen 26 oktober 2008, kl. 8-13

Skrivningen består av 5 uppgifter. Införda storheter och beteckningar skall definieras (och ev. markeras i figur). Uppställda ekvationer motiveras. Räkningarna skall redovisas i den omfattning att de lätt kan följas.

Tillåtna hjälpmedel: Utdelad formelsamling samt miniräknare.

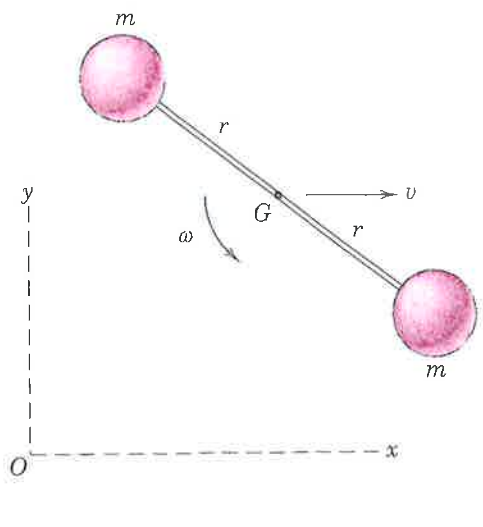
Uppgift 1

En stav med längde l och massan m är friktionsfritt lagrad i O. Stavens vänstra ände är fäst vid en fjäder vars andra ände är fäst i marken. Båda fjädrarna har fjäderkonstanten k. Stavens högra ände är fäst i en fjäder vars andra ände påtvingas rörelsen $y_B = b\sin\omega t$. Ställ upp rörelseekvationen och bestäm villkoret för resonans.



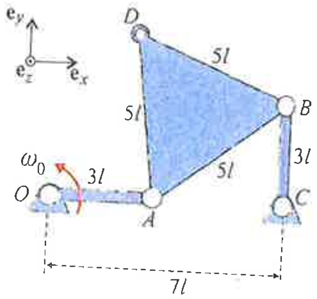
Uppgift 2

På den lätta staven med längden $2r$ är två små kulor, vardera med massan m, fastsatta. Staven roterar med vinkelhastigheten ω runt masscentrum G samtidigt som G har hastigheten v i x-led. Bestäm $\mathbf{H_O}$.



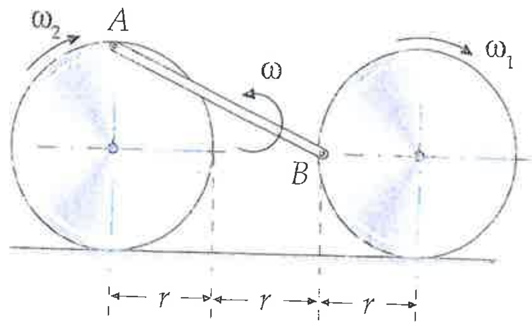
Uppgift 3

Rörelsen hos den stela skivan ABD styrs med hjälp av två länkar OA och CB. Länken OA roterar med den konstanta vinkelhastigheten ω_0. Bestäm vinkelhastigheten ω_1 hos skivan samt vinkelhastigheten ω_2 hos länken CB för det ögonblick som visas i figuren (med OA horisontell och CB vertikal).



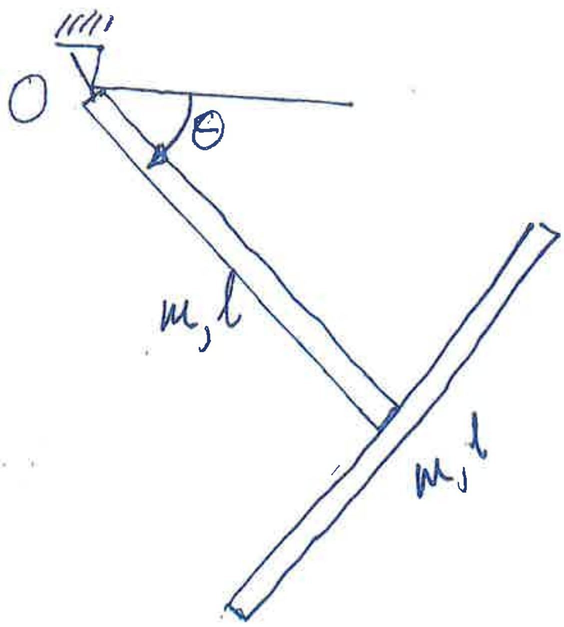
Uppgift 4

En rak lätt stång med längden $\sqrt{5}r$ är friktionsfritt lagrad i punkterna A och B på två likadana hjul med radien r. Hjulen rullar utan att glida på ett horisontellt underlag. Bestäm vinkelhastigheterna ω för stången och ω_2 för det bakre hjulet om vinkelhastigheten ω_1 för det främre hjulet är känd.



Uppgift 5

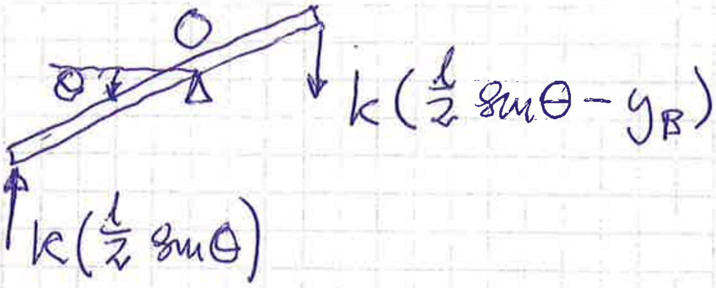
Pendeln enligt figur släpps från vila i $\theta=0$. Bestäm lagerkraften i O som funktion av θ. Bestäm också längden hos en partikelpendel med massan m som har samma egenvinkelfrekvens som den givna pendeln.



TENTAMEN MEKANIK DYNAMIK 26/10-2019

UPPG 4:
SE NYBERG
EXEMPEL 2.6

1)



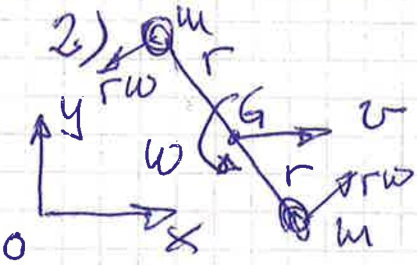
$\overset{\curvearrowleft}{O}$ $\quad -(k\frac{l}{2}\sin\theta)\frac{l}{2}\cos\theta - k(\frac{l}{2}\sin\theta - y_B)\frac{l}{2}\cos\theta = \frac{1}{2}ml^2\ddot{\theta}$

$|\theta| \ll 1 \quad \ddot{\theta} + \frac{6k}{m}\theta = \frac{6kb}{ml}\sin\omega t.$

Resonans: $\omega = \omega_e = \sqrt{6k/m}$

---

2)



$\bar{H}_O = \bar{H}_G + \bar{r}_{OG} \times m_{tot}\bar{v}_G$

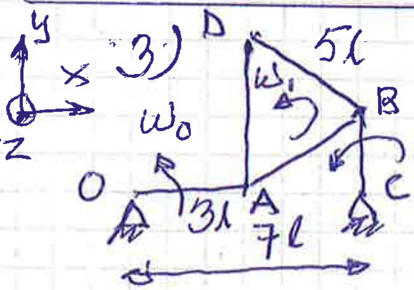
$\bar{H}_G = \bar{H}_{Grel} = 2rmr\omega\bar{e}_z = 2m\omega r^2\bar{e}_z$

$\bar{r}_{OG} \times m_{tot}\bar{v}_G = \begin{vmatrix} \bar{e}_x & \bar{e}_y & \bar{e}_z \\ x_G & y_G & 0 \\ 2mv & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, -2my_Gv)$

$\bar{H}_O = (0, 0, 2m\omega r^2 - 2my_Gv)$

---

3)



OA: $\bar{v}_A = \bar{v}_O + \bar{\omega}_O \times \bar{r}_{OA} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \omega_0 \\ 3l & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, \omega_0 3l, 0)$

CB: $\bar{v}_B = \bar{v}_C + \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_{CB} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \omega_2 \\ 0 & 3l & 0 \end{vmatrix} = (-3l\omega_2, 0, 0)$

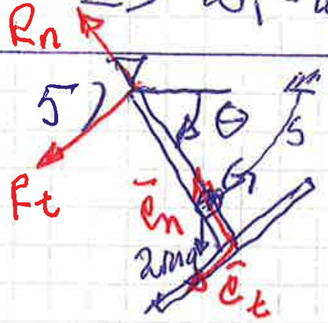
ABD: $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_{AB}$

$(-3l\omega_2, 0, 0) = (0, \omega_0 3l, 0) + \begin{vmatrix} 0 & 0 & \omega_1 \\ 4l & 3l & 0 \end{vmatrix} = (-3l\omega_1, 3l\omega_0 + 4l\omega_1, 0)$

$\Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = -\frac{3}{4}\omega_0$

---

5)



$S = r_G\theta = \frac{3l}{4}\theta \quad I_O = \frac{17}{12}ml^2 \qquad \bar{F} = 2m\bar{a}_G$

$(R_t + 2mg\cos\theta, R_n - 2mg\sin\theta, 0) = 2m(r_G\ddot{\theta}, r_G\dot{\theta}^2, 0)$

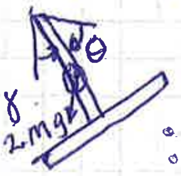
$\overset{\curvearrowleft}{M}_{Oz} = \dot{H}_{Oz} \quad 2mgr_G\cos\theta = I_O\ddot{\theta} \quad \ddot{\theta} = 18g\cos\theta/17l$

$\int_0^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\, d\dot{\theta} = \int_0^{\theta} \frac{18g}{17l}\cos\theta\, d\theta \Rightarrow \dot{\theta}^2 = 36g\sin\theta/17l$

$\Rightarrow \bar{R} = mg(-7\cos\theta/17, 88\sin\theta/17, 0)$

$-mg\sin\gamma\, L = I\ddot{\gamma} = mL^2\ddot{\gamma}$

$\ddot{\gamma} + \frac{g}{L}\gamma = 0 \quad |\gamma| \ll 1$



$-2mg\sin\gamma\, r_G = I_O\ddot{\gamma} \quad \ddot{\gamma} + \frac{2mgr_G}{I_O}\gamma = 0$

$\therefore \frac{g}{L} = \frac{2mgr_G}{I_O} \Rightarrow L = \frac{17}{18}l$