LUND UNIVERSITY
Mekanik, LTH

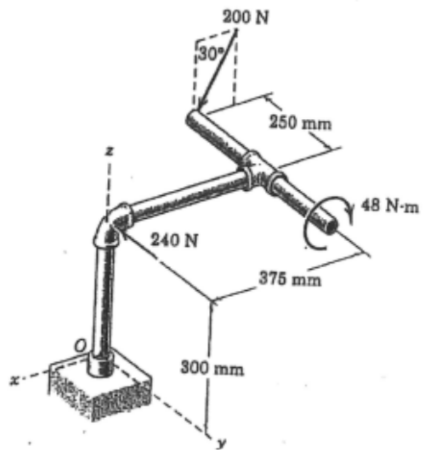
Tentamen i Mekanik, grundkurs för I 2019

Måndagen den 29 april 2019, kl. 14-19

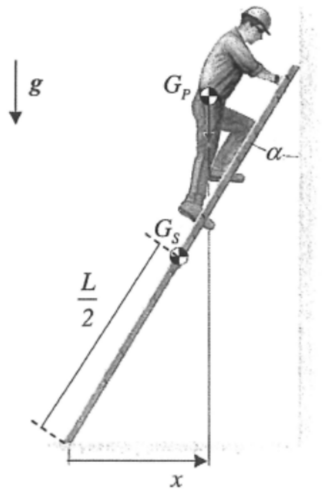
Skrivningen består av 5 uppgifter. Införda storheter och beteckningar skall definieras (och eventuellt markeras i figur). Uppställda ekvationer motiveras. Räkningarna skall redovisas i den omfattningen att de lätt kan följas. Varje tal ger maximalt 3 poäng, det vill säga maximalt 15 poäng.

Tillåtna hjälpmedel: Utdelad formelsamling samt miniräknare.

Uppgift 1
En stel lätt rördel enligt vidstående figur är fix monterad i ett markfundament i *O*. Två krafter på 200 N, respektive 240 N, samt ett kraftmoment på 48 Nm är applicerade på rördelen, enligt figuren. Bestäm, vid jämvikt, reaktionskraften och reaktionsmomentet i *O*.



Uppgift 2
En person med massan 90 kg klättrar uppför en stege som är rest mot en vägg. Stegen har längden L=3.6m och massan 15kg och stegens masscentrum G_s är beläget mitt på stegen. Personens masscentrum betecknas med G_p och dess läge ges av koordinaten x, se figuren. Det statiska friktionstalet vid kontakten mellan stege och golv är lika med 0.5. Kontakten mellan stege och vägg är glatt, dvs det statiska friktionstalet är där lika med noll. Vilken är den största vinkel α, enligt figuren, för vilken personen kan klättra ända upp (dvs så att $x = L\sin\alpha$) utan att stegen glider?

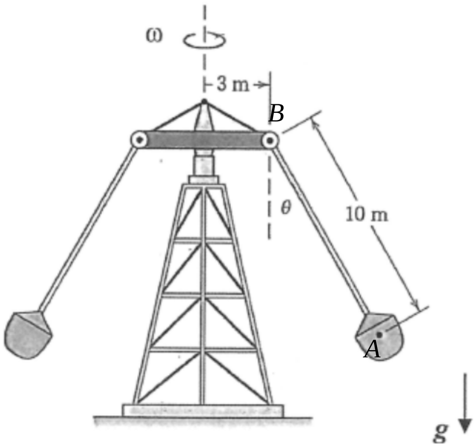


Uppgift 3

En karusell roterar med en konstant vinkelhastighet ω. Karusellstolen, med massan m = 100 kg, är i punkten A infäst i en lätt stång. Stången är i sin andra ände, via en glatt led upphängd på avståndet 3m från karusellens rotationsaxel. Betrakta stolen som en partikel belägen i punkten A. Avståndet AB är lika med 10 m. Bestäm:

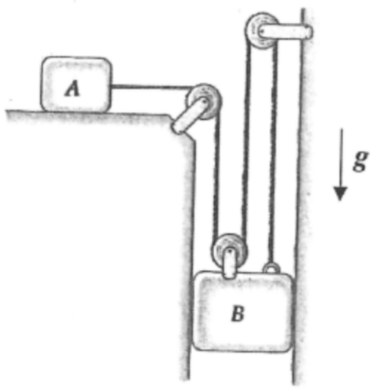
a) vinkelhastigheten ω så att vinkeln som linan bildar med vertikalen är $\theta = 60°$.

b) stångkraften för situationen i a).



Uppgift 4

Två kroppar A och B med massorna m_A och m_B, respektive är förenade med en lätt fullkomligt böjlig och otänjbar lina enligt vidstående figur. Kroppen A kan röra sig på ett horisontellt glatt plan och kroppen B i ett vertikalt glatt spår. Trissorna är lätta och friktionsfritt lagrade. Systemet befinner sig först i vila och släpps därefter fritt i tyngdkraftfältet. Bestäm farten hos kroppen A då B har rört sig nedåt en sträcka h.

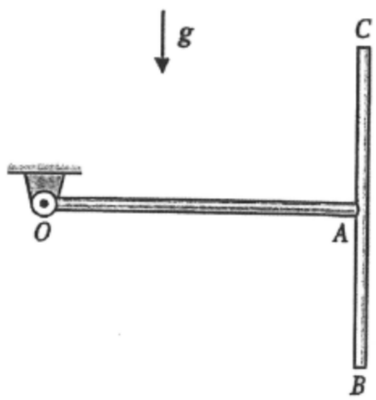


Uppgift 5

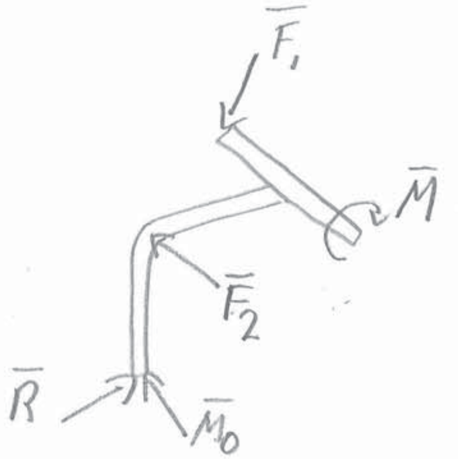
En fysisk pendel består av två homogena smala stänger OA och BC, vardera med längden d och massan m. De är sammansvetsade i punkten A, mitt på stången BC, så att de bildar en T-formad struktur. Pendeln är friktionsfritt lagrad genom en horisontell, fix axel i O. Pendeln släpps från vila i ett läge där OA är horisontell. Bestäm:

a) masscentrumsläget och tröghetsmomentet för pendeln med avseende på rotationsaxeln genom O.

b) reaktionskraften i upphängningspunkten O i det läget då OA är vertikal.



① <u>Frilässnitt</u>



$\bar{F}_1 = 200(\sin 30, 0, -\cos 30)$ N

$\bar{F}_2 = 240(0, -1, 0)$ N

$\bar{M} = 48(0, -1, 0)$ Nm

$\bar{M}_0 = (M_x, M_y, M_z)$

$\bar{R} = (R_x, R_y, R_z)$

<u>Kraftekv:</u>

$$\begin{cases} x: R_x + 200\sin 30 = 0 \\ y: R_y - 240 = 0 \\ z: R_z - 200\cos 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x = -100\,N \\ R_y = 240\,N \\ R_z = 173{,}2\,N \end{cases}$$

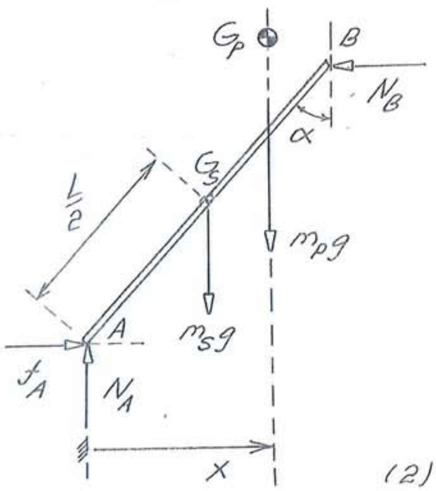
<u>Moment kring O</u>

$$\begin{cases} x: 240 \cdot 0{,}3 + 200\cos 30 \cdot 0{,}25 + M_x = 0 \Rightarrow M_x = -115{,}3\,Nm \\ y: 200\sin 30 \cdot 0{,}3 - 200\cos 30 \cdot 0{,}375 - 48 + M_y = 0 \Rightarrow M_y = 83\,Nm \\ z: 200\sin 30 \cdot 0{,}25 + M_z = 0 \Rightarrow M_z = -25\,Nm \end{cases}$$

Svar: $\bar{R} = (-100, 240, 173{,}2)$ N

$\bar{M}_0 = (-115{,}3,\ 83,\ -25)$ Nm

2) Frilägg "stege + person". Inför kontaktkrafterna från golv och vägg. Jämvikt:



$(\rightarrow)$: $f_A - N_B = 0$ (1)

$(\uparrow)$: $N_A - m_S g - m_p g = 0$ (2)

$\curvearrowleft A)$: $N_B L\cos\alpha - m_S g \frac{L}{2}\sin\alpha - m_p g X = 0$ (3)

$N_A > 0$, $N_B > 0$ (4)

$|f_A| \leq \mu N_A$ $(\mu = 0.5)$ (5)

(2) $\Rightarrow$ $N_A = (m_S + m_p)g > 0$ (6)

(3) $\Rightarrow$ $N_B = \dfrac{m_S\frac{L}{2}\sin\alpha + m_p X}{L\cos\alpha}g = \left(\dfrac{m_S}{2}\tan\alpha + \dfrac{m_p X}{L\cos\alpha}\right)g$. Således $N_B > 0$. (7)

(1) $\Rightarrow$ $f_A = N_B = \left(\dfrac{m_S}{2}\tan\alpha + \dfrac{m_p X}{L\cos\alpha}\right)g > 0$ (8)

(5), (6), (8) $\Rightarrow$ $\left(\dfrac{m_S}{2}\tan\alpha + \dfrac{m_p X}{L\cos\alpha}\right)g \leq \mu(m_S + m_p)g$

där $0 \leq X \leq L\sin\alpha$. Vänster led i olikheten blir så stort som möjligt då $X = L\sin\alpha$.

Således krävs: $\left(\dfrac{m_S}{2} + m_p\right)\tan\alpha \leq \mu(m_S + m_p)$

$$\alpha \leq \arctan\left(\frac{\mu(m_S + m_p)}{\frac{m_S}{2} + m_p}\right) = \arctan\left(\frac{0.5(15+90)}{\frac{15}{2} + 90}\right) =$$

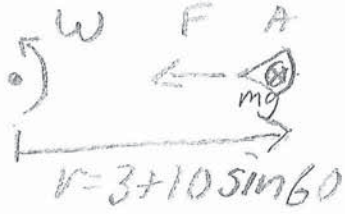
$\cong 28.3°$

Svar: $\alpha_{max} \cong 28.3°$.

③ a/ Friläggs stolen

Från sidan:

Uppifrån:



(1) $\uparrow$ $F\cos 60 - mg = 0$

(2) $\rightarrow$ $-F\sin 60 = m\bar{a}_A = -mrw^2$

(1) $\Rightarrow$ $F = \dfrac{mg}{\cos 60} = 2mg$

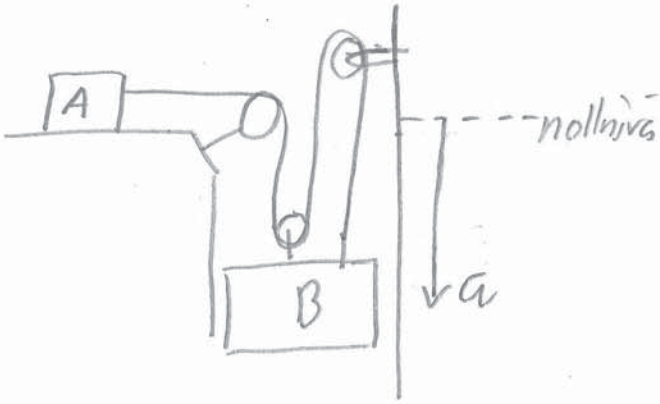
(2) $\Rightarrow$ $-2mg\dfrac{\sqrt{3}}{2} = -mw^2\left(3+10\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\Rightarrow w = 1{,}21$ rad/s , ($N = 11{,}5$ varv/min)

b/ $F = 2mg = 1{,}964N$

(4) Mekaniska energilagen

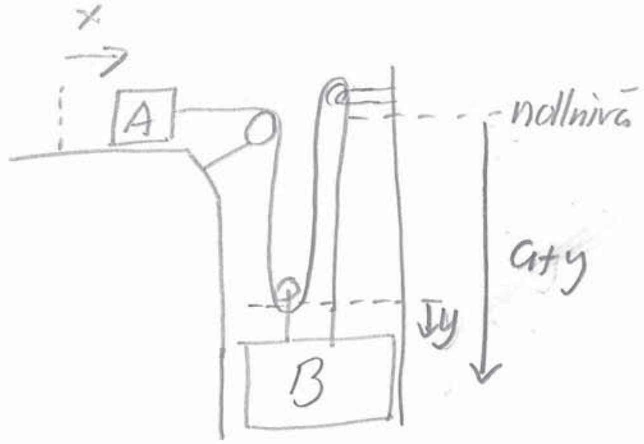
$$T_1 + V_1 = T_0 + V_0$$



läge 0

$T_0 = 0$

$V_0 = -m_B g a$



läge 1

$T_1 = \frac{1}{2} v_A^2 m_A + \frac{1}{2} v_B^2 m_B$

$V_1 = -m_B g (a+y)$

geometriskt samband

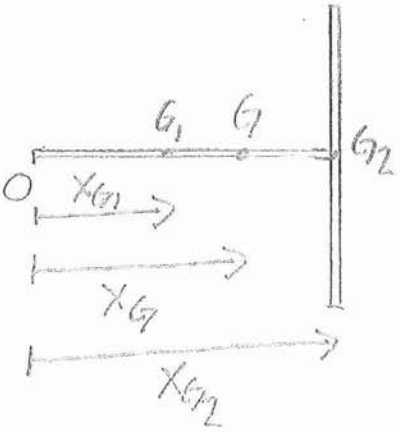
$\dot{x} = 3\dot{y}$, $v_A = \dot{x}$, $v_B = \dot{y}$

$$\frac{1}{2} v_A^2 m_A + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} v_A\right)^2 m_B - m_B g (a+y) = -m_B g a$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} m_A + \frac{1}{18} m_B\right) v_A^2 = m_B g y$$

$$y = h \Rightarrow \underline{\underline{v_A = 3\sqrt{\frac{2 m_B g h}{9 m_A + m_B}}}}$$

5 a/



masscentrum:

$$2m x_G = m x_{G_1} + m x_{G_2}$$

$$2m x_G = m\frac{d}{2} + md \Rightarrow \underline{x_G = \frac{3d}{4}}$$

Tröghetsmoment:

$$I_O = \frac{1}{3}md^2 + \frac{1}{12}md^2 + md^2 = \underline{\frac{17}{12}md^2}$$

b/ Läge 1

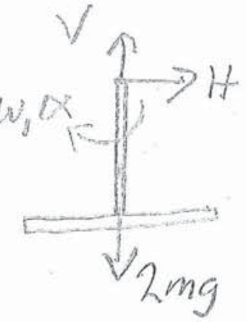
Läge 2

$E_1 = 0$

$E_2 = \frac{1}{2} I_O \omega^2 - 2mg x_G$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}\frac{17}{12} md^2\omega^2 - 2mg\frac{3d}{4} \Rightarrow \omega^2 = \frac{36}{17}\frac{g}{d}$$

Friläggning:



$\rightarrow \; H = 2m(-\alpha r)$ (1)

$\uparrow \; V - 2mg = 2m\omega^2 x_G$ (2)

$\curvearrowleft O \; 0 = I_O \alpha \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \underline{H = 0}$

$$(2) \Rightarrow V = 2mg + 2m\omega^2 x_G = \underline{\frac{88}{17}mg}$$