



Dugga 2 i Mekanik, grundkurs för I 20/2 -2020

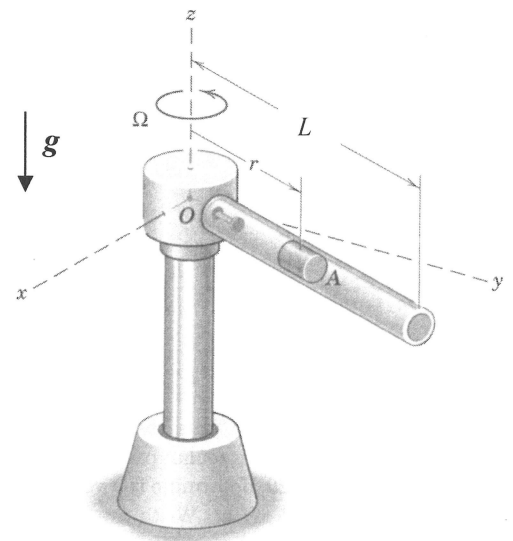
Skrivningen består av 3 uppgifter. Införda storheter och beteckningar skall definieras (och eventuellt markeras i figur). Uppställda ekvationer motiveras. Räkningarna skall redovisas i den omfattningen att de lätt kan följas. Varje tal ger maximalt 5 poäng, det vill säga totalt maximalt 15 poäng

Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i Mekanik, gymnasieformelsamling samt miniräknare.

Uppgift 1

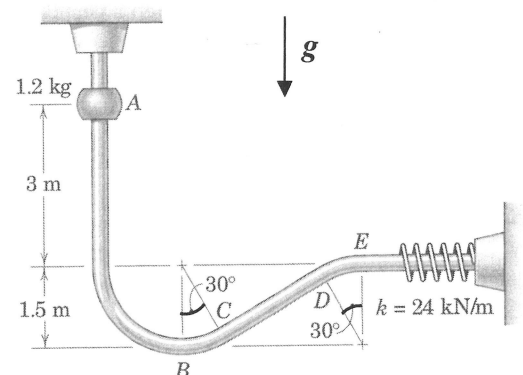
Ett rakt, smalt rör roterar i ett horisontalplan med konstant vinkelhastighet Ω kring en fix vertikal axel. En partikel A med massan m kan röra sig friktionsfritt inuti röret. Partikeln ges, vid tiden $t=0$, och läget $r = r_0$, en hastighet $\dot{r} = v_0 > 0$ relativt röret.

- Bestäm partikelns hastighetsvektor strax innan partikeln lämnar röret, då $r = L$.
- Bestäm kraften från röret på partikeln i denna punkt då $r = L$.



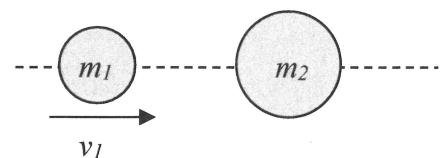
Uppgift 2

En hylsa med massan 1.2 kg släpps från vila i punkt A . Hylsan glider friktionsfritt längs en vertikal stång enligt figuren. Bestäm hastigheten för hylsan då den når punkt B och den maximala hoptryckningen av fjädern, med fjäderkonstant $k = 24 \text{ kN/m}$, pga. hylsan.

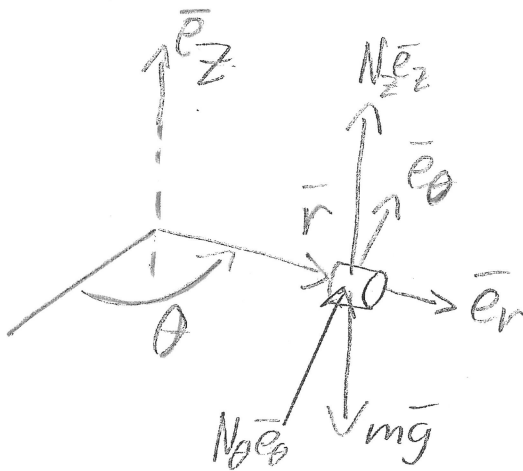


Uppgift 3

Ett klot med massan m_1 rör sig med hastigheten v_1 och träffar ett stillastående klot med massan m_2 i en rak central stöt. För ett givet studstal e , bestäm vilket massförhållande m_1/m_2 som ska gälla så att massan m_1 blir stillastående efter stöten.



① a/ Fritess partihelin



Kraftervationen: $N_z \bar{e}_z + N_\theta \bar{e}_\theta + (-mg) \bar{e}_z = ma_A$

$$a_A = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \bar{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \bar{e}_\theta$$

$$\dot{\theta} = \Omega, \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} r\text{-led: } 0 = (\ddot{r} - r\Omega^2)m \\ \theta\text{-led: } N_\theta = 2\dot{r}\Omega m \\ z\text{-led: } N_z - mg = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \ddot{r} = r\Omega^2 = \frac{dr}{dt} \frac{dr}{dr} = \frac{dr}{dr} \dot{r} \Rightarrow$$

$$\dot{r} dr = r\Omega^2 dr \quad \text{integrera båda sidor}$$

$$\int_{v_0}^{\dot{r}} \dot{r} dr = \int_{r_0}^L r\Omega^2 dr \Rightarrow \frac{1}{2}(\dot{r}^2 - v_0^2) = -\Omega^2(L^2 - r_0^2) \frac{1}{2}$$

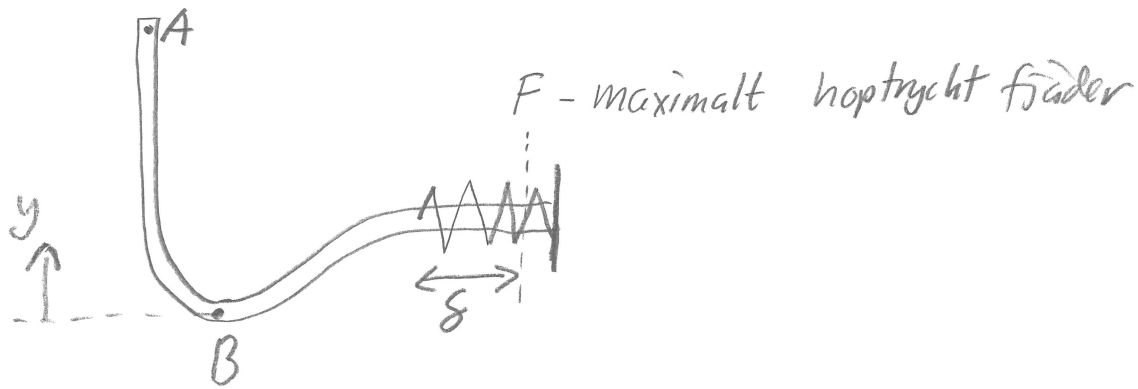
$$\Rightarrow \dot{r} = \sqrt{v_0^2 + \Omega^2(L^2 - r_0^2)} \quad \bar{v} = \dot{r} \bar{e}_r + r\Omega \bar{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \sqrt{v_0^2 + \Omega^2(L^2 - r_0^2)} \bar{e}_r + L\Omega \bar{e}_\theta$$

b/ $N_z = mg, N_\theta = 2\dot{r}\Omega m \Rightarrow$

$$\bar{N} = 2m\Omega \sqrt{v_0^2 + \Omega^2(L^2 - r_0^2)} \bar{e}_\theta + mg \bar{e}_z$$

②



Från A till B, mekaniska energin bevaras

$$T_A + V_A = T_B + V_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$0 + mg(3+1,5) = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \Rightarrow \underline{\underline{v_B = 9,40 \text{ m/s}}}$$

Från A till F

$$T_A + V_A = T_F + V_F$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_F^2 + mgh_F + \frac{1}{2}k\delta^2$$

$$0 + mg \cdot 4,5 = 0 + mg \cdot 1,5 + \frac{1}{2} 24000 \delta^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\delta = 0,0542 \text{ m}}}$$

③

Före stöt



Efter stöt



Rörelsemängden bevaras

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' ; m_1 v_1 = m_2 v_2'$$

Studsfalet $e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = \frac{v_2'}{v_1}$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2'}{v_1} = e$$
