LUND
UNIVERSITY
Mekanik, LTH

Deltentamen 3 i Mekanik, GK för I

Måndagen den 29 februari 2016, kl. 8-10

Namn(texta):.....

Namn(signatur).....

ÅRSKURS I:.....

Personnr:.....

Skrivningen består av 3 uppgifter. **Kontrollera att alla uppgifterna är med i häftet!** Lösningarna till uppgifterna skall **renskrivas** och redovisas på utrymmet under respektive uppgift. Använd även utrymmet på baksidan av pappret, om det är nödvändigt. Införda storheter och beteckningar skall definieras (och ev. markeras i en tydlig figur). Uppställda ekvationer motiveras. **Kraft- och momentekvationer** skall motiveras med hjälp av en redovisad **friläggning**. Räkningarna skall redovisas i den omfattning att de lätt kan följas.

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade Formelsamlingar i Mekanik samt miniräknare.

Sammanställning av skrivresultat:

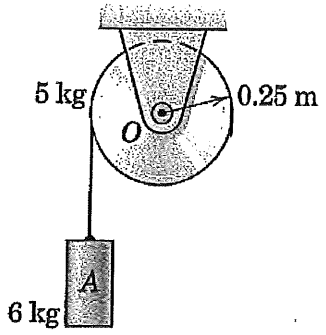
Uppgift	Kommentar/bedömning	Poäng(0-5)
1		
2		
3		
	Summa	
	Betyg	

Leg:.....

Term.räkn:

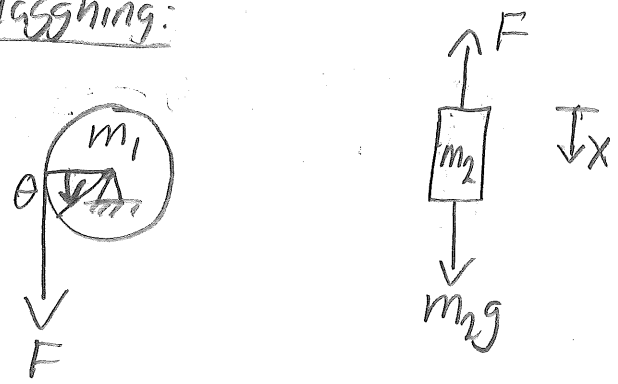
1. Bestäm vinkelacceleationen för cirkelskivan då systemet släpps från vila. Linan antas inte glida mot skivan och axeln vid O antas vara friktionsfri.

Vertikal tyngdacceleration $g = 9.81\,m/s^2$.



$$I_o = \frac{m_1 r^2}{2} = \frac{5 \cdot 0{,}25^2}{2} = 0{,}15625$$

Frilägning:



$$\downarrow \; m_2 g - F = m_2 \ddot{x} = m_2 r \ddot{\theta} \Rightarrow F = m_2 (g - r\ddot{\theta})$$

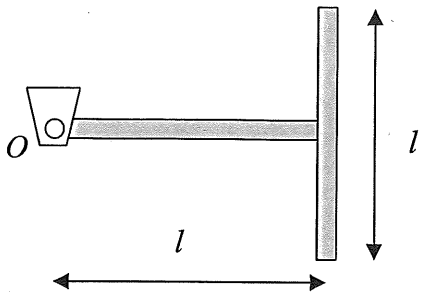
$$M_z = \dot{H}_z = I\ddot{\theta} = F \cdot r \Rightarrow$$

$$I\ddot{\theta} = m_2 (g - r\ddot{\theta}) r \Rightarrow$$

$$\ddot{\theta} = \frac{m_2 r g}{I + m_2 r^2} = \underline{\underline{27{,}7 \text{ rad/s}^2}}$$

2. En fysisk pendel bestående av två smala stänger släpps från vila från ett horisontellt läge. Stängerna sitter fast vid ett friktionsfritt lager vid O och har båda massan m. Bestäm lagerreaktionerna vid pendelns lägsta läge.

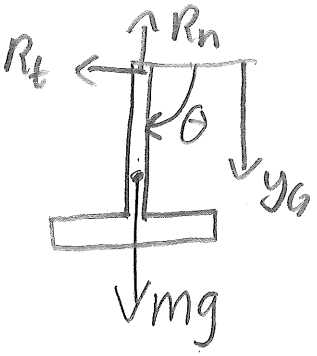
Vertikal tyngdacceleration $g = 9.81 m/s^2$.



$$I_O = \frac{ml^2}{3} + \frac{ml^2}{12} + ml^2 = ml^2\left(\frac{17}{12}\right)$$

(steinerts sats)

Frilägg pendeln!



Kraftekv:

$$\begin{cases} \text{t-led} & R_t = 2m\, y_G\, \ddot{\theta} \\ \text{n-led} & R_n - 2mg = 2m\, y_G\, \dot{\theta}^2 \end{cases}$$

Beräkna tyngdpkt y_G:

$$y_G = \frac{m\frac{l}{2} + ml}{2m} = \frac{3}{4}l \quad \Rightarrow \begin{cases} R_t = \frac{3}{2}ml\ddot{\theta} \\ R_n = \frac{3}{2}ml\dot{\theta}^2 + 2mg \end{cases}$$

$$M_z = \dot{H}_z = I_O\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \underline{R_t = 0}$$

Beräkna $\dot{\theta}$ mha energilagen $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$T_1 = V_1 = 0$ (start ifrån vila $y_G = 0$)

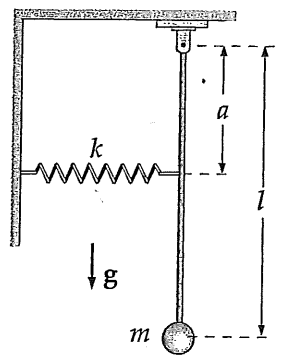
$$T_2 = \frac{1}{2}I_O\dot{\theta}^2, \quad V_2 = 2mg(-y_G) \quad \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{3mlg}{I_O}$$

$$\Rightarrow R_n = \frac{3}{2}ml\left(\frac{3mlg}{ml^2\left(\frac{17}{12}\right)}\right) + 2mg = \underline{\frac{88}{17}mg}$$

3. En liten kula med massan m sitter fast i änden på en lätt stång med längden l. Stången är glatt lagrad och hålls i vertikalt läge av en fjäder med fjäderkonstant k och på avståndet a från leden. Bestäm:

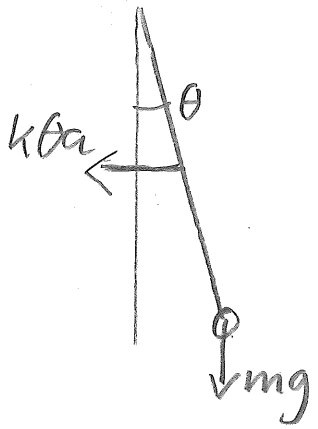
a) Svängningstiden för stångens små svängningar kring detta jämviktsläge.

b) Stångens vinkel från jämviktsläget som funktion av tiden med begynnelsevillkoren $\theta(0)=0$, $\dot{\theta}(0)=\omega$.



---

a/ Frilägging:



$$M_z = \dot{H}_z = I\ddot{\theta}$$

$$M_z = -k\theta a \cdot a - mgl\underbrace{\sin\theta}_{\approx\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{ka^2+mgl}{I}\theta = 0$$

$$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{ka^2+mgl}{I}}$$

$$\tau_n = \frac{2\pi}{\omega_n}, \quad I = ml^2 \Rightarrow \underline{\underline{\tau_n = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{ka^2+mgl}}}}$$

b/ Ansatts $\theta = A\cos\omega_n t + B\sin\omega_n t$

$$\Rightarrow \dot{\theta} = -A\omega_n \sin\omega_n t + B\omega_n \cos\omega_n t$$

$$\theta(0) = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\dot{\theta}(0) = \omega \Rightarrow B\omega_n = \omega \Rightarrow B = \frac{\omega}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\theta = \frac{\omega}{\omega_n}\sin\omega_n t}}$$